

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Ситника Сергея Михайловича

«Применение операторов преобразования Бушмана-Эрдейи и их обобщений в теории дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

1. Актуальность. В диссертационной работе С.М. Ситника рассматриваются задачи и методы, относящиеся к современной теории операторов преобразования и их применению к дифференциальным уравнениям с особенностями в коэффициентах. Актуальность темы диссертации несомненна, так как данное направление исследований имеет богатую историю и активно развивается в настоящее время. Операторы преобразования применяются для решения широкого класса задач для разнообразных типов операторов: дифференциальных, интегральных, интегро-дифференциальных, дифференциально-разностных типа Дункла, дифференциальных или интегро-дифференциальных бесконечного порядка, общих линейных в функциональных пространствах, псевдодифференциальных и операторно-дифференциальных. Считается, что идея операторов преобразования в операторной формулировке была высказана К.О. Фридрихсом. На самом деле, метод операторов преобразования для получения представлений решений дифференциальных уравнений, как отмечено в диссертации, был разработан и впервые применён намного раньше в 19 веке в работах А.В. Летникова, это и было по существу первое реальное применение дробного интегродифференцирования как операторов преобразований к задачам дифференциальных уравнений. Различные результаты в области теории операторов преобразований и их приложений получили А.Г. Баскаков, В.В. Сташевская, В.В. Катрахов, А.А. Килбас, И.А. Киприянов, Б.Я. Левин, Б.М. Левитан, Л.Н. Ляхов, М.М. Маламуд, В.А. Марченко, А.С. Сохин, А.П. Хромов, Н. Begehr, R. Carrol, I. Dimovski, J. Delsart, R. Gilbert, V. Kiryakova, J. Lions и другие.

Особо следует отметить важный класс уравнений с частными производными, который содержит различные классы дифференциальных уравнений с операторами Бесселя, к которым относятся B -эллиптические, B -гиперболические и B -параболические дифференциальные уравнения с особенностями в коэффициентах. Эта удобная терминология была введена И.А. Киприяновым, который также рассмотрел и соответствующие функциональные пространства, названные его именем. Изучение этого класса уравнений было начато в работах Л. Эйлера, С.Д. Пуассона, Ж.Г. Дарбу, продолжено в теории обобщённого осесимметрического потенциала А. Вайнштейна (теория GASPT – Generalized Axially Symmetric Potential Theory), Л. Берса и в последующих трудах И.Е. Егорова, Я.И. Житомирского, А.А.Килбаса, Л.Д. Кудрявцева, П.И. Лизоркина, О.И. Маричева, М.И. Матийчука, Л.Г. Михайлова, М.Н. Олевского,

С.П. Пулькина, М.М. Смирнова, С.А. Терсенова, Хе Кан Чера, А.И. Янушаускаса и других.

Наиболее полно весь круг вопросов для уравнений с операторами Бесселя был изучен И.А. Киприяновым и его учениками Л.А. Ивановым, А.В. Рыжковым, В.В. Катраховым, В.П. Архиповым, А.Н. Байдаковым, Б.М. Богачёвым, А.Л. Бродским, Г.А. Виноградовой, В.А. Зайцевым, Ю.В. Засориным, Г.М. Каганом, А.А. Катраховой, Н.И. Киприяновой, В.И. Кононенко, М.И. Ключанцевым, А.А. Куликовым, А.А. Лариным, М.А. Лейзиным, Л.Н. Ляховым, А.Б. Муравником, И.П. Половинкиным, А.Ю. Сазоновым, В.П. Шацким, В.Я. Ярославцевой. Соответствующие результаты приведены в монографии И.А. Киприянова. В этих работах широко использовались операторы преобразования, в основном, Сонина и Пуассона. Следует отметить, что автор диссертации С.М. Ситник также относится к числу учеников И.А. Киприянова и продолжает научные традиции этой школы.

Диссертационная работа С.М. Ситника посвящена построению теории операторов преобразования Бушмана-Эрдейи и их обобщений, а также приложению построенных и исследованных операторов преобразования к различным задачам теории дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, их достоверность и новизна.

Все результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми, строго обоснованы, формулировки утверждений точными, а доказательства вполне аргументированными. Основные результаты диссертации являются продолжением и развитием важных исследований в данной области. Достоверность результатов подтверждается публикациями основных положений диссертации в центральной печати и других рецензируемых журналах, многочисленными докладами автора на международных и всесоюзных конференциях.

В диссертационной работе С.М. Ситника получены следующие основные результаты.

1. Установлена связь интегральных операторов Бушмана-Эрдейи с операторами преобразования для дифференциальных уравнений, содержащих операторы Бесселя. При этом получены оценки норм решений возмущённых дифференциальных уравнений с операторами Бесселя через решения невозмущённых уравнений.

2. В пространствах Лебега указаны условия унитарности операторов Бушмана-Эрдейи при целых значениях параметров и в явном виде предложены обобщения этих операторов, которые являются унитарными при всех значениях параметров. Установлена связь операторов преобразования Бушмана-Эрдейи при целых значениях параметров с унитарными операторами типа Харди.

3. Используя операторы преобразования и полученные ранее оценки норм операторов Бушмана-Эрдейи, установлена эквивалентность норм пространств И.А. Киприянова нормам в пространствах С.Л. Соболева со степенным весом.

4. Введены новые классы операторов преобразования Бушмана-Эрдейи и рассмотрены их приложения к решению ряда задач для дифференциальных и интегродифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

5. Предложен новый общий композиционный метод построения различных классов операторов преобразования, который позволяет получить на его основе формулы соответствия между решениями дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

6. Получены новые явные интегральные представления для различных модификаций дробных степеней дифференциального оператора Бесселя и их приложения к решению дифференциальных и интегродифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

7. Рассмотрены приложения теории операторов преобразования к получению оценок экспоненциального убывания решений уравнений с частными производными, выделены классы дифференциальных уравнений, для которых проблема Е.М. Ландиса имеет положительное решение.

3. Теоретическая и практическая полезность. Работа носит теоретический характер. Её результаты могут применяться при исследовании обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, а также различных интегродифференциальных уравнений. Они могут также найти приложения в теории нелинейных уравнений и солитонов, при изучении обратных задач и теории рассеяния и т.д.

4. Анализ содержания диссертации.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, разбитых на параграфы, и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 307 страниц.

Во введении дан весьма полный исторический обзор теории операторов преобразований, содержащий обсуждение классических результатов этой теории, ее современных достижений и многочисленных приложений. Во введении полностью обоснованы цель диссертационного исследования, его актуальность и представлены вынесенные на защиту научные положения.

В главе 1 приведены необходимые предварительные сведения: о специальных функциях, об интегральных преобразованиях, включая различные формы операторов дробного интегродифференцирования, а также об известных классах операторов преобразования.

Глава 2 посвящена детальному исследованию операторов преобразования Бушмана-Эрдейи. Изучены их свойства как интегральных операторов, а также как операторов преобразования, причём следует отметить, что сплетающее свойство операторов Бушмана-Эрдейи было впервые установлено автором диссертации в работах 1980-90 гг. Введены новые классы операторов преобразования, произведена их подробная и естественная классификация, установлены оценки норм и условия унитарности в пространствах Лебега. В качестве приложений рассмотрены формулы связи для решений возмущенных дифференциальных уравнений с операторами Бесселя с невозмущенными, оценки норм возмущенных уравнений с особенностями в коэффициентах, приложение к нелинейным уравнениям Максвелла-Эйнштейна, применение различных классов операторов преобразований для постановки модифицированных начальных условий для

уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу. Отдельно следует выделить неожиданное применение одного класса операторов преобразования Бушмана-Эрдейи к установлению вложений одномерных пространств И.А. Киприянова и пространств С.Л. Соболева со степенным весом.

Глава 3 посвящена изложению композиционного метода построения операторов преобразования для различных классов дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах. Созданный автором диссертации композиционный метод, позволяющий строить широкие классы операторов преобразования с помощью композиции специально подобранных интегральных преобразований, представляется наиболее общим и продуктивным для решения поставленной задачи. В рамках композиционного метода удалось не только унифицировать существующие результаты, получив все известные прежде в явном виде операторы преобразования, но и построить новые классы операторов преобразования.

Главы 4 и 5 посвящены приложениям развитой теории операторных преобразований к построениям интегральных представлений и к оценкам решений ряда дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Рассмотрены также приложения к интегриродифференциальным уравнениям дробного порядка и к построению дробных степеней операторов.

Список литературы приведен с разделением на работы автора диссертации (151 название) и на работы других авторов (359 названий).

Таким образом, в диссертации подробно изучены операторы преобразования Бушмана-Эрдейи, их обобщения и приложения к дифференциальным уравнениям с особенностями в коэффициентах, а автором диссертации внесен важный принципиальный вклад в современное развитие теории операторов преобразования.

5. Замечания по диссертационной работе. Несмотря на общую положительную оценку диссертации, имеется ряд замечаний.

1) На с. 6 в определении оператора преобразования естественно было бы исключить случай нулевого оператора.

2) Имеется ряд неточностей в формулах:

на с. 36 пропущена мнимая единица в определении модифицированной функции Бесселя, а на с. 79 она является лишней под знаком гиперболического косинуса;

в формулах (1.32), (1.33) поставлен лишний знак равенства;

на с. 199 есть опечатка в формуле для ядра, а на с. 231 – в формуле для среднего геометрического.

3) В оглавлении и тексте диссертации присутствует только название пункта 1.4 и его нужно удалить. Фактически материал пункта 1.4. изложен в следующем пункте диссертации.

4) На с. 115 следует дописать фразу, что вводимый там оператор S_2 обладает теми же свойствами обратимости, что и оператор S_1 , иначе непонятно, зачем он вводится.

Сделанные замечания не снижают высокой оценки диссертации С.М. Ситника и носят редакционный характер.

Заключение. Диссертационная работа С.М. Ситника является законченным научным исследованием высокого уровня. Её основные результаты своевременно опубликованы в 141 работе, 27 из них опубликованы в центральных математических изданиях, включенных в список ВАК. По материалам диссертационной работы сделано более 70 докладов на многих Российских и международных научных конференциях, а также на ряде ведущих научных семинаров.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Таким образом, в диссертационной работе автором решена важная научная проблема построения теории операторов Бушмана-Эрдейи и приложения этих операторов в теории дифференциальных и интегральных уравнений. Диссертационная работа полностью удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым п. 9 Положения о присуждении ученых степеней к работам на соискание ученой степени доктора наук, а ее автор С.М. Ситник заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент

Доктор физико-математических наук, специальность 01.01.02,
профессор, профессор кафедры общей математики
федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего
образования «Белгородский государственный
национальный исследовательский университет»

А.В. Глушак

25 ноября 2016 года

Контактная информация:
Александр Васильевич Глушак
Служебный адрес: 308015, г. Белгород, 85,
НИУ «БелГУ», ИИТиЕН,
e-mail: Glushak@bsu.edu.ru
тел.: +7 904 081 3978

